

CSS-BA：幾何ゲート付き列空間探索による 選択的バンドル調整

金田綾乃^{*1}

武富貴史^{*2}

山口周悟^{*3}

森島繁生^{*4}

Abstract — 多視点画像からシーンの3次元形状とカメラ位置・姿勢を同時に推定する Structure from Motion (SfM) や Simultaneous Localization and Mapping (SLAM) において、バンドル調整 (Bundle Adjustment; BA) は重要な役割を果たす。本研究では、この BA の収束性と幾何精度を、低視差や純回転に近いカメラ運動といった悪条件下で安定させる手法を提案する。従来広く用いられている再投影誤差に対する Schur 補完を用いた非線形最適化問題には、多くの場合 Levenberg-Marquardt 法 (Schur-LM) が用いられる。しかし、低視差なカメラ配置においてはカメラの縮約方程式が悪条件化し、相対姿勢や焦点距離の推定が不安定になる。その結果、推定結果が破綻しやすいという問題を抱えている。本研究では、BA における目的関数や線形化自体には手を加えず、各反復で「どのカメラをどの程度更新するか」を再設計することでこの問題に対処する。具体的には、回転整合度とエピソード平行移動分散といった単純な幾何量に基づいて情報量の高いカメラをゲートとして選択し、その中の上位 K 台が張る部分空間上で LM ステップを解く Gate-Guided CSS-LM を提案する。信頼領域法としての受理判定やダンピング更新則は従来の LM と完全に互換であり、既存の Schur-LM 実装の更新ループをそのまま置き換える形で導入できる。実験では、PhoneSweep データセットのような球面運動によって撮影された入力において、提案法は標準的な Schur-LM や既存手法と比較して、更新するカメラ数を各反復で大幅に絞り込みながらも、相対姿勢指標と焦点距離誤差を改善することを確認した。

Keywords : バンドル調整, 低視差, 三次元再構成, 信頼領域法

1 はじめに

多視点画像からの3次元再構成は、コンピュータビジョンにおける主要な課題の一つであり、Structure from Motion (SfM) や Simultaneous Localization and Mapping (SLAM) に代表される多くの枠組みが提案されてきた。これらの技術は、バーチャルリアリティにおける仮想環境の構築、拡張現実感における環境理解、ロボットナビゲーション、新規視点画像生成、3D モデリングなど、幅広い応用の基盤となっている。代表的な SfM および SLAM システムとしては、COLMAP [29], ORB-SLAM2 [21], PTAM [14] などが挙げられる。特に、NeRF [19] や 3D Gaussian Splatting [13] などの新規視点生成手法の多くでは、COLMAP によって得られた高精度なカメラパラメータと 3D 点群が前処理として利用されている。バンドル調整 (Bundle Adjustment; BA) は SfM や SLAM における3次元再構成パイプラインにおいて、最終的な復元品質を決定づける中心的な構成要素である。一方で、大規模な事前学習により構築された DUST3R [33], MAST3R-SfM [7], VGGT [32] などの 3D Foundation Model が登場し、従来の SfM パイプラインを経ずに3次元再構成を実現するアプローチも提案されている。しかし

ながら、これらの 3D Foundation Model を用いた場合においても、最適化による後処理としてのバンドル調整 (Bundle Adjustment; BA) は依然として有効であり、幾何精度の向上に大きく貢献している。

BA は、カメラパラメータ (焦点距離などの内部パラメータと並進、回転からなる外部パラメータ) と 3次元点を同時に最適化し、再投影誤差を最小化することで再構成を精緻化する処理である。大規模 BA に関する既存研究は主に、数値安定性や計算効率の向上を目的としており、Square Root BA[6], Matrix-Free Shared Intrinsics BA[27], Power Bundle Adjustment (PoBA) [34] などが提案されている。しかし、これらの進展にもかかわらず、BA は低視差やほぼ純回転といった悪条件下では依然として脆弱である。特に外向きの球面運動などでは、カメラ間の視差が極めて小さくなるため、Schur 補完により得られたカメラ系 (以下、Schur 縮約系) が悪条件化し、一般的な Schur-LM による更新は全てのカメラを一度に更新しようとするため、受理されるまでに多くの試行が必要になる。その結果として、再投影誤差の RMSE が減少する一方で、相対姿勢推定や内部パラメータの精度が著しく低下することが知られている。

本研究では、BA の目的関数や線形化の形式を変えるのではなく、各反復における更新自由度の割り当て方に着目する。提案手法では、幾何条件の良し悪しに

^{*1}早稲田大学

^{*2}サイバーエージェント

^{*3}早稲田大学

^{*4}早稲田大学

おける評価ギャップ, すなわち最終的な再投影誤差は低いにもかかわらず相対姿勢指標が悪化する状況に注目する. 具体的には, 一般的な再投影誤差の目的関数と Schur 縮約系はそのまま維持しつつ, 「どのカメラを」「どの方向に」「どれだけ」更新するかを再設計することで, 低視差シーンにおける相対姿勢指標を改善しつつ再投影誤差を最小化する. そこで, 我々は更新を空間的にも次元的にも局所化し, 情報量の高いカメラ集合とその良条件な方向にパラメータ更新ステップを集中させる. この設計は, Square Root BA や Matrix-Free Shared Intrinsics BA, PoBA 法といった既存の数値安定化・高速化の流れとは異なり標準的な Schur-LM の処理の一部を修正する形で用いることができる.

提案手法は Gate-Guided CSS-LM と呼ばれる選択的 LM であり, 古典的な信頼領域法 (Trust Region; TR) の枠組で動作する. 各反復において少数のカメラからなるゲートを固定し, その内部で Column Space Search (CSS) による更新方向探索を行う. カメラブロックは Schur 補完から得られる予測減少量に基づいてスコアリングされ, 上位 K 台のカメラが更新され, その更新量に基づいて 3 次元点も更新される一方, それ以外のカメラは固定される. ダンピングや受理判定は標準 LM と同一であり, 目的関数やヤコビアン の定義, 停止条件も変更しない.

本研究の貢献は以下の通りである.

- Gate-Guided CSS-LM の提案: 再投影誤差に基づく目的関数を変更することなく, 幾何ゲートと Schur 縮約系における部分空間探索を組み合わせることで, 低視差シーンにおける最適化の挙動を改善する手法を提案する.
- Schur 縮約系の対角成分を用いたスコアリングと標準 LM との互換性: Schur 縮約後の勾配とヘッセ行列の対角ブロックを用いて各カメラの更新重要度を個別に評価し, 標準的な LM 法の受理判定とダンピング制御を適用することで, 既存の最適化フレームワークとの完全な互換性を実現する.
- 悪条件シーンにおける有効性の実証: PhoneSweep データセットのような球面運動シーケンスにおいて, 更新パラメータ数を削減しつつ, 従来手法と比較して相対姿勢指標と焦点距離誤差を大幅に改善できることを示す.

2 関連研究

バンドル調整 (BA) は多視点画像からの点群の位置とカメラ姿勢を復元する 3 次元復元における非線形最適化処理であり, BA に関する総説論文は Triggs

ら [30] がある. また, 疎行列対応の BA ライブラリとしては SBA [17], g2o [15], Ceres [1] などが広く用いられている. 本節では, BA に関する既存研究を, 計算効率向上と悪条件や初期値に対する計算安定性向上という観点で整理し, さらに信頼領域法の枠組みにおける選択的 LM 更新について述べる.

大規模な BA 問題に対する効率化の取り組みとして, BAL [2], Multicore BA [36], Out-of-Core BA [22], MegBA [26], Stochastic BA [38] などが提案されている. Square Root BA [6] や Matrix-Free Shared Intrinsics BA [28] は, 条件数の改善や単精度での安定性向上を両立する手法として位置付けられる.

安定性志向の研究としては, Variable Projection を用いた Projective BA, pOSE, expOSE [8, 9, 11], Power BA, PoVar [34, 35], 確率的定式化に基づく ProBA [5, 37], 初期値への依存を緩和した手法 [24], ロバスト損失を用いた BA [3] などが提案されている. しかしながら, 外向きの球面運動に代表される臨界ケースについては依然として安定した推定が難しく, 臨界ケースに特化した手法が必要となる [31].

BA では, LM に基づく最適化処理が広く用いられているが, その収束性に関する古典的な議論は Levenberg [16], Marquardt [18], Moré [20] などがあり, その後の解析として Kanzow ら [12] や Bergou ら [4] がある. LM を体系的に整理したものとしては, Nocedal と Wright [23] がある. Column Space Search (CSS) の考え方は Hyde ら [10] に基づいており, 本研究の CSS-LM はこれを Schur 縮約系に適用し, 信頼領域 LM の受理判定と組み合わせたものである.

3 CSS-BA : Gate-Guided CSS-LM

本研究では, Schur 補完付き Levenberg-Marquardt 法 (Schur-LM) において, Schur 縮約された BA のカメラパラメータに対して, LM の更新ステップにおいて幾何ゲートを用いた勾配方向の部分空間探索 (Column Space Search; CSS) を組み合わせる Gate-Guided CSS-LM を提案する (図 1). 本節では, まず BA の問題設定と Schur 補完について述べ, 次に情報量の高いカメラ選択のための回転整合度 (Rotation Agreement; RA) とエピポーラ平行移動分散 (Epipolar Translation Dispersion; Epi) に基づくゲーティング手法を説明する. 最後に, CSS に基づく LM 部分空間更新について述べる.

3.1 バンドル調整と Schur 補完

カメラパラメータを \mathbf{c}_i ($i = 1, \dots, M$), 3 次元点を $\mathbf{p}_j \in \mathbb{R}^3$ ($j = 1, \dots, N$ とし, その画像上の観測画素を $\mathbf{u}_{ij} \in \mathbb{R}^2$ とする. 各 3 次元点は投影関数 π を用いて $\hat{\mathbf{u}}_{ij} = \pi(\mathbf{c}_i, \mathbf{p}_j)$ のように各カメラ画像上へ投影

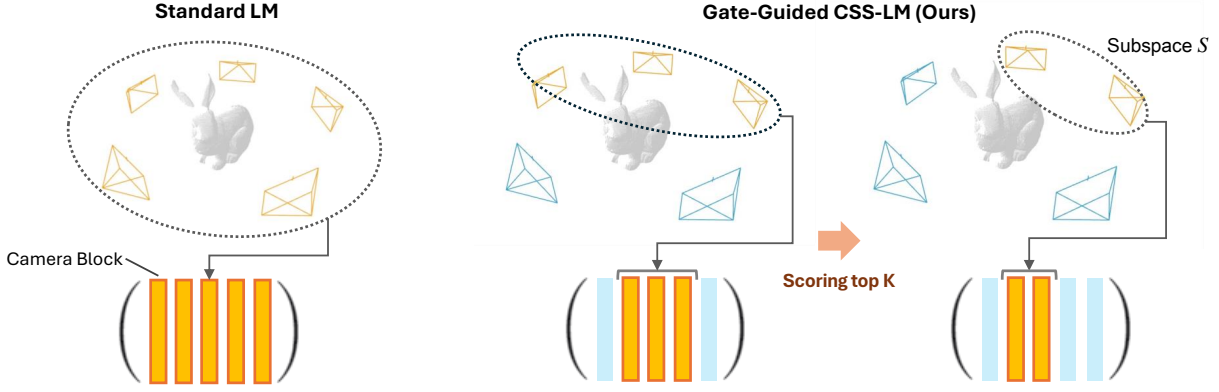


図 1 CSS-BA のアイデア. 提案手法では, Schur 補完を用いた Levenberg-Marquardt 法 (Schur-LM) におけるカメラパラメータの更新ステップに対して, Column Space Search (CSS) を組み合わせる. 勾配計算に用いるカメラブロックは, 回転整合度 (Rotation Agreement; RA) とエピソード平行移動分散 (Epipolar Translation Dispersion; Epi) に基づく幾何ゲートによって選択される.

される. 観測画素と投影座標の再投影誤差は以下のように定義される.

$$\mathbf{r}_{ij}(\mathbf{c}_i, \mathbf{p}_j) = \mathbf{u}_{ij} - \pi(\mathbf{c}_i, \mathbf{p}_j) \quad (1)$$

再投影誤差を用いて BA の目的関数は以下のように定義される.

$$E(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \|\mathbf{r}_{ij}(\mathbf{c}_i, \mathbf{p}_j)\|_2^2 \quad (2)$$

Levenberg-Marquardt 法では, 現在の推定値 $\mathbf{x} = (\mathbf{c}, \mathbf{p})$ の周りでガウス-ニュートン近似ヘッセ行列 $H = J^\top W J$ と勾配 $\mathbf{g} = J^\top W \mathbf{r}$ を用い, 以下のブロック正規方程式を解く. ここで, J はヤコビアン行列, W は再投影誤差の重み行列である.

$$\begin{pmatrix} H_{cc} & H_{cp} \\ H_{pc} & H_{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{c} \\ \Delta \mathbf{p} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mathbf{g}_c \\ \mathbf{g}_p \end{pmatrix} \quad (3)$$

Schur 補完により 3 次元点成分 $\Delta \mathbf{p}$ を消去し, 以下の Schur 縮約系を解く.

$$\tilde{H} \Delta \mathbf{c} = -\tilde{\mathbf{g}}, \quad (4)$$

$$\tilde{H} = H_{cc} - H_{cp} H_{pp}^{-1} H_{pc}, \quad \tilde{\mathbf{g}} = \mathbf{g}_c - H_{cp} H_{pp}^{-1} \mathbf{g}_p \quad (5)$$

\tilde{H} はカメラパラメータに関する Schur 縮約ヘッセ行列であり, $\tilde{\mathbf{g}}$ は対応する勾配である. 提案手法では, このカメラ縮約系を直接扱うことで, カメラごとのブロックに対して更新の重要度を定義する.

3.2 幾何条件に基づくカメラ選択

球面運動のような低視差条件下では, 再投影誤差が小さいにもかかわらず相対姿勢や焦点距離の誤差が大きい解が存在し, 多くのカメラが弱い拘束とな

ってしまうという問題がある. そこで, 回転整合度 (Rotation Agreement; RA) とエピソード平行移動分散 (Epipolar Translation Dispersion; Epi) という単純な幾何量に基づいてカメラ集合をゲートとして抽出する.

RA は, あるカメラの姿勢が, 共視関係にある近傍カメラの姿勢とどの程度整合しているかを評価する指標である. Epi は, ベースライン方向の分散を評価する指標であり, 近傍カメラ間の並進ベクトルが同一直線上に縮退していないかを判定する. RA が十分に大きく, かつ, Epi が適度に分散しているカメラは近傍カメラとの回転整合性が低く, かつ高パララックスな基線方向が一貫しない可能性が高い. したがって本実装では, これらを優先的にゲートイン (更新対象) に含め, 最適化において集中的に更新する. 提案手法では, この二つの指標に閾値を設け, 条件を満たすカメラのみを勾配算出のための候補集合 \mathcal{C} として選択する.

3.3 CSS に基づく LM 部分空間更新

ゲートされたカメラ候補集合 \mathcal{C} に対して, Schur 縮約系の対角ブロック \tilde{H}_{bb} と勾配ブロック $\tilde{\mathbf{g}}_b$ を用い, 各カメラブロック $b \in \mathcal{C}$ の LM ダンピングを考慮した利得スコアを以下のように算出する.

$$s_b := \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{g}}_b^\top (\tilde{H}_{bb} + \lambda D_{bb})^{-1} \tilde{\mathbf{g}}_b \quad (6)$$

ここで λ は LM のダンピング係数, D_{bb} は対角の正則化行列である. このスコア s_b は, カメラ b を単独で更新した場合の目的関数の予測減少量に相当する. 提案手法では, 候補集合 \mathcal{C} に含まれるカメラをこのスコアの降順にソートし, 上位 K 個のカメラを選択する. そして, 選択されたカメラのパラメータのみを変

数とする部分空間上で、ダンピング付き LM ステップを解く。更新の実施判定は標準的な LM と同様に予測減少と実際の減少の比により判定し、比に応じてダンピングを増減させる。

4 実験

球面運動によって撮影された画像データセットである PhoneSweep データセット [31] を用いて既存の BA 手法（標準的な LM 法（Normal-LM）, PoBA [34]）と比較し、提案法である Gate-Guided CSS-LM が低視差シーケンスにおける相対姿勢およびキャリブレーション精度を改善できるかを検証する。

4.1 評価指標

評価指標には、相対回転誤差（RRA）、相対並進誤差（RTA）、Accuracy-Threshold 曲線下面積（AUC@30）、および焦点距離誤差（AFE）を用いる。RRA/RTA はカメラ対ごとの相対姿勢誤差を角度で評価し、AUC@30 は閾値を $[0, 30^\circ]$ の範囲で掃引した Accuracy を面積として要約した指標である。AFE は真の焦点距離と推定値の相対誤差であり、内部パラメータのキャリブレーション精度を表す。初期値としては、一般的な SfM である GLOMAP [25] によって得られたカメラパラメータと、球面運動に特化した SphericalSfM による初期化 [31] の 2 種類を用いた。これらの初期値に対して、Schur 縮約カメラ系の上で標準 LM, PoBA [34], CSS-LM を適用し、それぞれの相対姿勢指標と AFE を比較する。

4.2 結果

表 1 に定量評価の結果を示す。GLOMAP 初期化では CSS-LM が Normal-LM および PoBA と比較して RRA/RTA および AUC@30 を大幅に改善し、特に Nexus5X シーケンスにおいて AFE を二桁以上小さくできることを確認した。SphericalSfM 初期化においても、CSS-LM は Normal-LM に対して一貫した改善を示し、SphericalSfM での共有内部パラメータと球面運動仮定を用いた強いベースラインに近い性能を達成した。図 2 に、推定されたカメラパラメータの可視化結果を示す。CSS-LM は GLOMAP および SphericalSfM のいずれの初期化に対しても、カメラの向きと位置をより正確に復元できていることがわかる。一方で、Normal-LM や PoBA では、カメラの向きが大きくずれたり、カメラ位置が球面から大きく外れていることが確認できる。このように、提案手法は低視差かつほぼ球面状のカメラ運動に対して、球面制約なしに既存手法と比較して相対姿勢推定精度と焦点距離の推定精度を一貫して改善できることが示された。

5 結論と今後の課題

本稿では、低視差かつほぼ球面状のカメラ運動に対して Gate-Guided CSS-LM を提案した。提案手法は Schur 縮約されたカメラ系の上で動作し、RA および Epi に基づく幾何学的ゲーティングと、予測減少量に基づく上位 K カメラの部分空間更新を組み合わせることで、悪条件な最適化問題を安定化させる。PhoneSweep データセットを用いた実験により、提案手法は既存の Schur-LM や PoBA と比較して、相対姿勢推定精度と焦点距離の推定精度を一貫して改善できることを示した。今後の課題として、大規模問題への適用が挙げられる。現在の実装では各反復で単一の上位 K カメラ集合のみを更新しているが、より大規模なシーンでは複数のカメラブロックを同時に更新する必要がある。その際、部分空間の次元増大に伴い密行列ソルバの計算コストが増加するため、CSS 部分空間の構造を活かした反復解法やブロック前処理の導入が求められる。また、PhoneSweep 以外のデータセットでの検証や、不安定なカメラを優先する現在のゲーティング戦略に対し、幾何的に安定したカメラを優先的に更新する戦略の比較検証、 K およびゲーティング閾値の適応的な設定についても検討が必要である。

参考文献

- [1] Sameer Agarwal, Keir Mierle, and Others. Ceres solver. <http://ceres-solver.org>, 2022. <http://ceres-solver.org>.
- [2] Sameer Agarwal, Noah Snavely, Steven M. Seitz, and Richard Szeliski. Bundle adjustment in the large. In *ECCV*, 2010.
- [3] Aleksandr Y. Aravkin, Michael Styer, Zachary Moratto, Ara Nefian, and Michael Broxton. Student's t robust bundle adjustment algorithm. *arXiv*, 2011.
- [4] El Houcine Bergou, Youssef Diouane, and Vladimir Kungurtsev. Convergence and complexity analysis of a levenberg-marquardt algorithm for inverse problems. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 2020.
- [5] Jason Chui and Daniel Cremers. Proba: Probabilistic bundle adjustment with the bhattacharyya coefficient, 2025. *arXiv preprint*.
- [6] Nikolaus Demmel, Christiane Sommer, Daniel Cremers, and Vladyslav Usenko. Square root bundle adjustment for large-scale reconstruction. In *CVPR*, 2021.
- [7] Bardienus Pieter Duisterhof, Lojze Zust, Philippe Weinzaepfel, Vincent Leroy, Yohann Cabon, and Jerome Revaud. Mast3r-sfm: A fully-integrated solution for unconstrained structure-from-motion. In *Proceedings of International Conference on 3D Vision (3DV)*, pages 1–10, 2025.
- [8] Je Hyeon Hong, Christopher Zach, Andrew Fitzgibbon, and Roberto Cipolla. Projective bundle adjustment from arbitrary initialization using the variable projection method. In *ECCV*, volume 9905 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages

表 1 PhoneSweep dataset を用いた実験結果. SphericalSfM は Shared-intrinsic 条件下の参照ベースラインである. \uparrow は大きいほど良く, \downarrow は小さいほど良いことを示す.

Dataset	Initialization	Method	RRA \uparrow			RTA \uparrow			AUC@30 \uparrow	AFE \downarrow
			@5	@15	@30	@5	@15	@30		
iPhone13Mini	GLOMAP	Normal-LM	17.40	53.49	81.38	6.24	28.73	51.26	13.34	115.56
		PoBA[34]	41.58	73.98	87.62	17.22	52.99	62.13	42.62	169.43
		CSS-LM	85.77	86.51	87.81	72.90	85.51	89.38	78.12	158.30
	SphericalSfM	Normal-LM	4.36	31.03	65.41	4.80	27.52	54.68	13.04	49.14
		CSS-LM	93.35	99.56	100.00	53.68	87.21	94.30	76.25	1.06
		Baseline	100.00	100.00	100.00	86.65	98.77	99.77	91.45	0.25
Nexus5X	GLOMAP	Normal-LM	8.06	44.32	76.29	5.10	21.38	43.32	12.06	265.35
		PoBA[34]	14.15	66.90	88.10	16.14	52.90	75.04	33.01	121.18
		CSS-LM	85.97	90.63	95.36	71.36	90.66	96.91	79.78	1.43
	SphericalSfM	Normal-LM	4.10	25.53	56.27	2.98	15.16	33.40	5.12	83.92
		CSS-LM	89.50	100.00	100.00	45.51	83.61	92.22	71.35	4.70
		Baseline	100.00	100.00	100.00	83.48	96.56	98.83	90.43	0.97

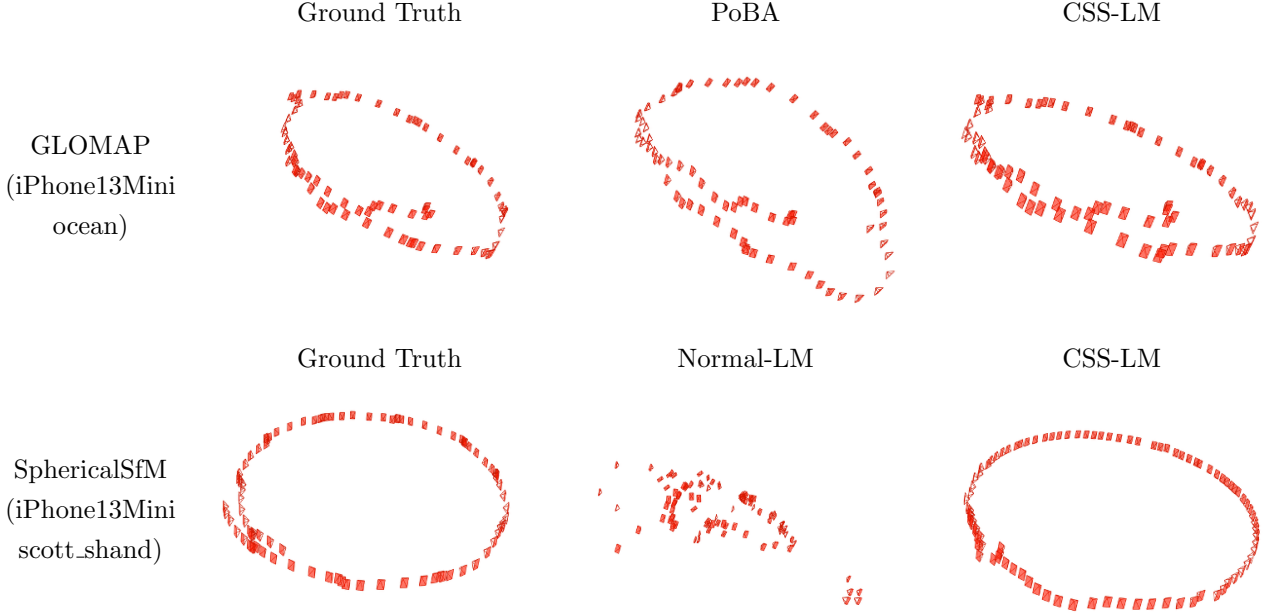


図 2 推定されたカメラパラメータの可視化結果. 上段は GLOMAP 初期化に対する PoBA と CSS-LM の比較, 下段は SphericalSfM 初期化に対する Normal-LM と CSS-LM の比較である. CSS-LM はいずれの場合も, カメラの向きと位置をより正確に復元できている.

- 477–493, 2016.
- [9] Je Hyeong Hong, Christopher Zach, Andrew Fitzgibbon, and Roberto Cipolla. pOSE: Pseudo Object Space Error for Initialization-Free Bundle Adjustment. In *CVPR*, 2018.
- [10] David A. B. Hyde, Michael Bao, and Ronald Fedkiw. On obtaining sparse semantic solutions for inverse problems, control, and neural network training, 2020. Preprint submitted to Journal of Computational Physics.
- [11] Jose Pedro Iglesias, Amanda Nilsson, and Carl Olsson. expose: Accurate initialization-free projective factorization using exponential regularization. In *CVPR*, 2023.
- [12] Christian Kanzow, Nobuo Yamashita, and Masao Fukushima. Levenberg-marquardt methods with

- strong local convergence properties for solving nonlinear equations with convex constraints. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 172:375–397, 2004.
- [13] Bernhard Kerbl, Georgios Kopanas, Thomas Leimkühler, and George Drettakis. 3d gaussian splatting for real-time radiance field rendering. *ACM TOG*, 42(4):1–14, 2023.
- [14] Georg Klein and David Murray. Parallel tracking and mapping for small AR workspaces. In *Proceedings of IEEE and ACM International Symposium on Mixed and Augmented Reality (ISMAR)*, pages 225–234, 2007.
- [15] Rainer Kümmerle, Giorgio Grisetti, Hauke Strasdat, Kurt Konolige, and Wolfram Burgard. g2o: A general framework for graph optimization. In

- ICRA, 2011.
- [16] Kenneth Levenberg. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of Applied Mathematics*, 1944.
 - [17] Manolis I. A. Lourakis and Antonis A. Argyros. Sba: A software package for generic sparse bundle adjustment. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 36(1), 2009.
 - [18] Donald W. Marquardt. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 1963.
 - [19] Ben Mildenhall, Pratul P. Srinivasan, Matthew Tancik, Jonathan T. Barron, Ravi Ramamoorthi, and Ren Ng. Nerf: Representing scenes as neural radiance fields for view synthesis. In *ECCV*, pages 405–421, 2020.
 - [20] Jorge J. Moré. The levenberg–marquardt algorithm: Implementation and theory. In *Numerical Analysis, Lecture Notes in Mathematics 630*. Springer, 1978.
 - [21] Raul Mur-Artal and J. D. Tardós. ORB-SLAM2: An open-source SLAM system for monocular, stereo, and RGB-D cameras. *IEEE Transactions on Robotics (TRO)*, 33(5):1255–1262, 2017.
 - [22] Kai Ni, Drew Steedly, and Frank Dellaert. Out-of-core bundle adjustment for large-scale 3d reconstruction. In *ICCV*, 2007.
 - [23] Jorge Nocedal and Stephen J. Wright. *Numerical Optimization*. Springer, 2 edition, 2006.
 - [24] Carl Olsson and Amanda Nilsson. Towards initialization-free calibrated bundle adjustment. *arXiv preprint*, 2025.
 - [25] Linfei Pan, Daniel Barath, Marc Pollefeys, and Johannes Lutz Schönberger. Global Structure-from-Motion Revisited. In *ECCV*, 2024.
 - [26] Jie Ren, Wenteng Liang, Ran Yan, Luo Mai, Shiwen Liu, and Xiao Liu. Megba: A gpu-based distributed library for large-scale bundle adjustment. In *ECCV*, 2022.
 - [27] Daniel Safari. Matrix-free shared intrinsics bundle adjustment. In *CVPR*, 2024. Open Access version; URL/DOI not listed in the PDF.
 - [28] Daniel Safari. Matrix-free shared intrinsics bundle adjustment. In *CVPR*, 2025.
 - [29] Johannes L. Schönberger and Jan-Michael Frahm. Structure-from-motion revisited. In *CVPR*, 2016.
 - [30] Bill Triggs, Philip F. McLauchlan, Richard I. Hartley, and Andrew W. Fitzgibbon. Bundle adjustment—a modern synthesis. In *Vision Algorithms: Theory and Practice*, pages 298–372. Springer, 2000.
 - [31] Jonathan Ventura, Viktor Larsson, and Fredrik Kahl. Uncalibrated structure from motion on a sphere. In *Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision (ICCV)*, 2025.
 - [32] Jianyuan Wang, Minghao Chen, Nikita Karaev, Andrea Vedaldi, Christian Rupprecht, and David Novotny. Vggt: Visual geometry grounded transformer. In *CVPR*, 2025.
 - [33] Shuzhe Wang, Vincent Leroy, Yohann Cabon, Boris Chidlovskii, and Jerome Revaud. Dust3r: Geometric 3d vision made easy. In *CVPR*, 2024.
 - [34] Simon Weber, Nikolaus Demmel, Tin Chon Chan, and Daniel Cremers. Power bundle adjustment for large-scale 3d reconstruction. In *CVPR*, 2023.
 - [35] Simon Weber, Je Hyeong Hong, and Daniel Cremers. Power variable projection for initialization-free large-scale bundle adjustment. In *ECCV*, 2024.
 - [36] Changchang Wu, Sameer Agarwal, Brian Curless, and Steven M. Seitz. Multicore bundle adjustment. In *CVPR*, 2011.
 - [37] Zhenxuan Wu et al. Proba: Probabilistic bundle adjustment with the bhattacharyya coefficient. *arXiv*, 2025.
 - [38] Lei Zhou, Zixin Luo, Mingmin Zhen, Tianwei Shen, Shiwei Li, Zhuofei Huang, Tian Fang, and Long Quan. Stochastic bundle adjustment for efficient and scalable 3d reconstruction. In *ECCV*, 2020.